

Edward Frenkel

Amor y matemáticas

El corazón de la realidad oculta

Traducción de Joan Andreano Weyland

Ariel

Índice

Prefacio	9
Guía para el lector	21
1. Una bestia misteriosa	23
2. La esencia de la simetría	31
3. El quinto problema	49
4. Kerosinka	65
5. Las hebras de la solución	75
6. Aprendiz de matemático	89
7. Teoría de la Gran Unificación	109
8. Números mágicos	123
9. La piedra Rosetta	145
10. En el bucle	161
11. Conquistar la cima	185
12. El Árbol del Conocimiento	195
13. La llamada de Harvard	209

14. Atando los haces de la sabiduría	225
15. Una danza delicada	245
16. Dualidad cuántica	267
17. Descubriendo conexiones ocultas	295
18. Buscando la fórmula del amor	329
Epílogo	349
Agradecimientos	353
Notas	355
Glosario	405
Índice alfabético	413

Guía para el lector

Me he esforzado para presentar, en este libro, los conceptos matemáticos de la manera más elemental e intuitiva posible. Aun así, me doy cuenta de que algunas partes del libro son más densas en conceptos matemáticos (especialmente algunos aspectos de los capítulos 8, 14, 15 y 17). *Es perfectamente lícito saltarse* las partes que parezcan confusas o tediosas en una primera lectura (a menudo yo mismo lo hago). Si regresa más tarde a ellas, con nuevos conocimientos adquiridos, puede que le resulten más fáciles de seguir. Pero, por norma general, no es necesario para poder seguir lo que viene a continuación.

Quizá un argumento mucho más importante es que es perfectamente válido que algo no quede claro. Así es como me siento el 90 % de las veces que trabajo en matemáticas, así que... ¡bienvenido a mi mundo! El sentimiento de confusión (incluso, a veces, frustración) es parte esencial de ser un matemático. Pero vea el lado positivo: ¡qué aburrida sería la vida si pudiéramos comprender todo acerca de ella con poco o ningún esfuerzo! Lo que hace que las matemáticas sean tan interesantes es nuestro deseo de superar esta confusión, de comprender, de alzar el velo de lo desconocido. Y el sentimiento de triunfo personal cuando comprendemos algo hace que todo merezca la pena.

En este libro intento centrarme en la imagen general y en las conexiones entre diferentes conceptos y distintas

ramas de las matemáticas, no en los detalles técnicos. He relegado un tratamiento más en profundidad a las notas, que contienen también referencias y sugerencias bibliográficas. Sin embargo, aunque las notas pueden mejorar la comprensión, se pueden saltar sin problemas (al menos, en una primera lectura).

He intentado minimizar el empleo de fórmulas, y he optado, en la medida de lo posible, por explicaciones verbales. Siéntase libre de pasar por encima de las fórmulas siempre que aparezcan.

Una advertencia en cuanto a la terminología matemática: mientras escribía este libro descubrí, para mi sorpresa, que ciertos términos que los matemáticos usamos de una manera específica significan, en realidad, algo completamente diferente para los no matemáticos. Términos como correspondencia, representación, composición, lazo, variedad y teoría. Siempre que he detectado este problema he incluido una explicación. También, cuando me ha sido posible, he cambiado términos matemáticos poco comprensibles por otros con un significado más transparente (por ejemplo, he escrito «relación Langlands» en lugar de «correspondencia Langlands»). Puede resultarle útil consultar el Glosario y el Índice siempre que una palabra no le resulte del todo clara.

Puede acudir a mi página web (<http://edwardfrenkel.com>) para actualizaciones y material de apoyo, y enviarme un correo electrónico contándome lo que opina del libro (la dirección consta en la página web). Sus aportaciones serán bien recibidas.

Capítulo 1

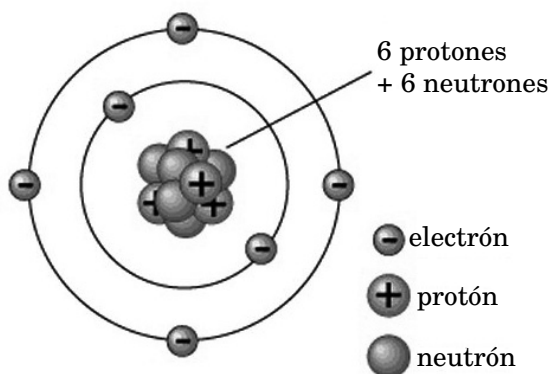
Una bestia misteriosa

¿Cómo se convierte uno en matemático? Puede pasar de muchas maneras. Déjeme explicarle cómo me ocurrió a mí.

Puede que le sorprenda, pero cuando estaba en el colegio odiaba las matemáticas. Bueno, quizá «odiar» sea una palabra muy fuerte. Dejémoslo en que no me gustaban. Pensaba que eran aburridas. Podía hacer mis deberes, es cierto, pero no comprendía por qué los estaba haciendo. La materia que se trataba en clase me parecía irrelevante y sin sentido. Lo que realmente me entusiasmaba era la Física, especialmente la cuántica. Devoraba los libros de divulgación al respecto que caían en mis manos. Yo nací en Rusia, donde ese tipo de libros era fácil de encontrar.

Me fascinaba el mundo cuántico. Incluso desde el alba de los tiempos, filósofos y científicos habían soñado con describir la naturaleza fundamental del universo. Algunos incluso lanzaron la hipótesis de que toda la materia estaba constituida por diminutas partículas llamadas «átomos». A principios del siglo XX se demostró que los átomos existían, pero casi al mismo tiempo, los científicos descubrieron que se podían dividir en partículas más pequeñas. Resultó que cada átomo constaba de un núcleo central con electrones en órbi-

ta en torno a él. El núcleo, a su vez, consistía en protones y neutrones, como se ve en el diagrama inferior.¹



Átomo de carbono

¿Y qué había de los protones y neutrones? Los libros de divulgación que yo leía me decían que estaban compuestos de las partículas elementales llamadas «quarks».

Me gustaba el nombre, quarks, y sobre todo la manera en que se llegó a él. El físico que inventó estas partículas, Murray Gell-Mann, tomó el nombre del libro de James Joyce *Finnegan's Wake*, en la que hay un poema satírico que dice así:

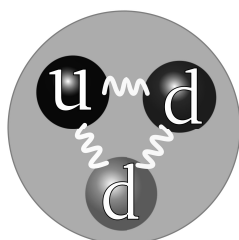
Three quarks for Muster Mark!
Sure he hasn't got much of a bark
And sure any he has it's all beside the mark.*

Pensé que estaba muy bien que un físico nombrara una partícula a partir de una novela, especialmente una tan

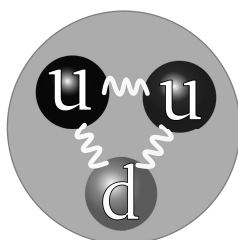
* No solo el poema, sino toda la novela *Finnegan's Wake* es casi intraducible al español: prueba de ello es que a septiembre de 2014 no existe ni una sola traducción completa a nuestro idioma. *Finnegan's Wake* está considerado por muchos como el libro más complejo de la historia en lengua inglesa. En el caso que nos ocupa, Gell-Mann escogió el nombre porque sonaba como la primera palabra que había pensado para las partículas (*kwork*) y porque estas aparecían, como en el poema, de tres en tres. (*N. del t.*)

compleja y poco trivial como *Finnegans Wake*. Yo tendría unos trece años, pero por entonces ya sabía que se suponía que los científicos eran criaturas ermitañas y poco sociables, tan implicados en su trabajo que carecían de interés en otros aspectos de la vida, como las Humanidades o las Artes. No era así. Yo tenía muchos amigos, me gustaba leer y me interesaban muchas más cosas además de la ciencia. Me gustaba jugar al fútbol y pasaba horas pateando el balón con mis amigos. Más o menos por la misma época descubrí los pintores impresionistas (gracias a un gran libro acerca del impresionismo, que hallé en la biblioteca de mis padres). Van Gogh era mi favorito. Subyugado por sus obras, incluso intenté pintar. Todos estos intereses me hacían dudar acerca de si realmente estaba destinado a ser científico. Así que cuando leí que Gell-Mann, un gran físico, ganador del premio Nobel, tenía varios intereses (no solo Literatura; también la Lingüística, la Arqueología, etc.) me sentí muy feliz.

Según Gell-Mann, hay dos tipos diferentes de quarks, *up* («arriba») y *down* («abajo»), y las diferentes mezclas entre ellos dan a los neutrones y protones sus características. Un neutrón está compuesto de dos quarks «abajo» y uno «arriba», y un protón, de dos quarks «arriba» y uno «abajo», como se ve en el gráfico.²



Neutrón



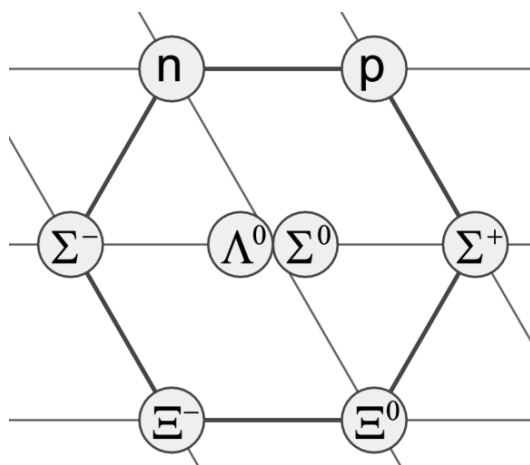
Protón

Hasta ahí todo estaba claro. Pero cómo llegaron los físicos a la conclusión de que los protones y neutrones no eran partículas indivisibles, sino que estaban compuestos de trozos más pequeños, era más complejo.

La historia dice que a finales de la década de 1950 se descubrió una gran cantidad de partículas aparentemente elementales, los hadrones. Tanto los protones como los neutrones son hadrones, y, evidentemente, desempeñan un papel importantísimo en nuestra vida cotidiana como «ladrillos» básicos de la materia. Con respecto a los demás hadrones... , bueno, nadie tenía ni idea de para qué existían («quién los había encargado», en palabras de un físico). Había tantos diferentes que el influyente físico Wolfgang Pauli aseguraba, en broma, que la Física se había convertido en Botánica. Los físicos necesitaban desesperadamente dominar los hadrones, hallar los principios subyacentes que gobiernan su comportamiento y que explicarían su descontrolada proliferación.

Gell-Mann, y, de modo independiente, Yuval Ne'eman, propusieron un nuevo esquema de clasificación. Ambos demostraron que se podía dividir a los hadrones en pequeñas familias, cada una compuesta por ocho o diez partículas. Las llamaron octetes y decupletes. Dentro de cada familia, las partículas tenían propiedades similares.

En los libros de divulgación que yo leía por aquel entonces, encontraba diagramas de octetes como este:



En este caso, el protón corresponde a p , el neutrón a n y hay otras seis partículas con nombres extraños que se representan mediante letras griegas.

Pero ¿por qué 8 y 10, y no 7 y 11, por poner un ejemplo? En los libros que leía no hallaba una respuesta satisfactoria. Mencionaban la misteriosa idea de Gell-Mann denominada «camino óctuple» (que hacía referencia al «Noble camino óctuple» de Buda). Pero nunca intentaban aclarar de qué iba realmente todo eso. Esta falta de explicaciones me dejó completamente insatisfecho. Los aspectos clave de la historia permanecían ocultos. Quería desentrañar ese misterio, pero no sabía cómo.

Cosas del azar, recibí ayuda de un amigo de la familia. Crecí en una pequeña ciudad industrial llamada Kolomna, de ciento cincuenta mil habitantes, a unos cien kilómetros de Moscú (un par de horas en tren). Mis padres trabajaban como ingenieros en una compañía que fabricaba maquinaria pesada. Kolomna es una vieja ciudad situada en la confluencia de dos ríos, fundada en 1177 (solo treinta años después de Moscú). Aún posee algunas bellas iglesias y la muralla, que da fe de su historia. Pero no es, para ser precisos, un centro educativo o intelectual. Tan solo había una pequeña universidad en ella, que formaba a futuros profesores de primaria. Uno de sus profesores, un matemático llamado Yevgueni Yevguénievich Petrov, sin embargo, era un antiguo amigo de mis padres. Un día mi madre se lo encontró en la calle tras un largo tiempo sin verse, y se pusieron a conversar. A mi madre le gustaba hablarles a sus amigos de mí, así que acabé saliendo en la conversación. Al oír que me interesaba la ciencia, Yevgueni Yevguénievich le dijo:

—He de conocerlo. He de intentar convertirlo a las matemáticas.

—Oh, no —respondió mi madre—. No le gustan las matemáticas. Dice que son aburridas. Quiere estudiar física cuántica.

—No hay problema —le respondió Yevgueni Yevguénievich—; creo que sabré cómo hacerle cambiar de opinión.

Se concertó un encuentro. Yo no estaba especialmente entusiasmado por ello, pero en cualquier caso fui a visitar a Yevgueni Yevguénievich a su oficina.

Yo estaba a punto de cumplir quince años y estaba acabando noveno curso, el penúltimo año de escuela preparatoria (era un año más joven que mis compañeros porque me había saltado sexto). Por aquella época recién entrado en la cuarentena, Yevgueni Yevguénievich era un tipo amistoso y modesto. Con gafas y barba de tres días, era exactamente como me imaginaba que debía ser un matemático, y pese a todo había algo cautivador en la sagaz mirada de sus grandes ojos, que hablaban de una curiosidad desmedida por todo.

Resultó que Yevgueni Yevguénievich tenía un inteligente plan para convertirme a las matemáticas. En cuanto entré en su oficina me dijo:

—Me han contado que te interesa la física cuántica. ¿Has oído hablar del camino óctuple de Gell-Mann y del modelo de quarks?

—Sí, he leído sobre el tema en varios libros de divulgación.

—Pero ¿sabes cuál fue la base para ese modelo? ¿Cómo llegó a esa idea?

—Bueno...

—¿Has oído hablar del grupo $SU(3)$?

—¿ SU qué?

—¿Cómo esperas comprender el modelo de quarks si no sabes qué es el grupo $SU(3)$?

Sacó un par de libros de las estanterías, los abrió y me enseñó páginas con fórmulas. Yo veía los conocidos diagramas de octetes, como el de la gráfica anterior, pero estos no

eran solo gráficos bonitos: eran parte de lo que parecía una explicación coherente y detallada.

Aunque no entendía nada de aquellas fórmulas, me quedó claro al instante que contenían las respuestas que había estado buscando. Fue un momento de epifanía. Me quedé hipnotizado por lo que veía y oía; me tocó algo que nunca antes había experimentado. Era incapaz de expresarlo con palabras, pero sentía la energía, el entusiasmo que uno siente al escuchar una composición musical o contemplar un cuadro que le causan una impresión inolvidable. Solo podía pensar: «¡Ostras!».

—Seguro que piensas que las matemáticas son eso que te enseñan en la escuela —dijo Yevgueni Yevguénievich.

Movió la cabeza.

—No, no. Es de esto —señaló las fórmulas del libro— de lo que van realmente las matemáticas. Y si de verdad quieres comprender la física cuántica, es aquí donde debes comenzar. Gell-Mann predijo los quarks empleando una bella teoría matemática. En realidad, se trató de un descubrimiento matemático.

—Pero ¿cómo voy a siquiera comenzar a comprender todo esto?

Tenía un aspecto bastante temible.

—No te preocupes. Lo primero que tienes que aprender es el concepto de grupo de simetrías. Esa es la idea principal. Una gran parte de las matemáticas, así como de la Física teórica, se basan en ello. Aquí hay un par de libros que quiero pasarte. Comienza leyéndotelos y marca las frases que no comprendas. Podemos encontrarnos aquí semanalmente y hablar de ello.

Me pasó un libro acerca de grupos de simetrías y un par más sobre otros temas: acerca de los llamados números *p*-ádicos (un sistema de numeración radicalmente distinto a aquel a que estamos acostumbrados) y de topología (el estudio de las propiedades fundamentales de las formas geo-

métricas). Yevgueni Yevguénievich tenía un gusto impecable: halló la mezcla de temas perfecta que me permitiría ver a esta misteriosa bestia (las *Matemáticas*) desde diferentes perspectivas, y entusiasmarme con ellas.

En la escuela estudiábamos cosas como ecuaciones de segundo grado, un poco de cálculo, algo de geometría euclidiana básica y trigonometría. Había dado por sentado que todas las matemáticas giraban en torno a estos temas, que quizá los problemas se hacían más complicados pero permanecían en el mismo marco general que yo conocía. Pero los libros que me prestó Yevgueni Yevguénievich me ofrecían una mirada a un mundo completamente diferente, cuya existencia yo ni siquiera imaginaba.

Me convirtió al instante.